

Scuola Superiore dell'Università degli Studi di Udine  
Prova di ammissione di Matematica e Fisica

11 settembre 2014

**Esercizio 1.** Consideriamo un insieme di  $2n$  elementi. Vogliamo ripartirlo in sottinsiemi a due a due disgiunti di due elementi ciascuno. In quanti modi si può fare?

**Esercizio 2.** Si consideri la funzione di variabile reale  $f(x) = x/(x^2 + 1)$ . Se ne disegni un grafico approssimativo. Sia  $x_0$  un numero reale. Poniamo  $x_1 = f(x_0)$ ,  $x_2 = f(x_1), \dots$ . Si discuta il comportamento della successione così ottenuta. Supponiamo che  $x_0$  sia un numero intero. Dimostrare che  $x_1, x_2, \dots$  sono numeri razionali i cui denominatori (dopo aver ridotto ai minimi termini) formano una successione crescente.

**Esercizio 3.** Un quadrato magico di ordine 3 è una tabella con 3 righe e tre colonne, contenente ognuna un numero intero positivo, e tale che le somme dei numeri su ciascuna riga, ciascuna colonna e ciascuna diagonale dà sempre lo stesso risultato. Per esempio nel seguente quadrato le somme valgono sempre 15:

$$Q_1 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 2 & 7 & 6 \\ \hline 9 & 5 & 1 \\ \hline 4 & 3 & 8 \\ \hline \end{array}$$

Si chiede per quali valori del parametro intero  $a$  la tabella seguente

$$Q_2 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline a+1 & & 2a-3 \\ \hline & a & \\ \hline & & a-1 \\ \hline \end{array}$$

si può completare a un quadrato magico. Fra i quadrati magici del tipo  $Q_2$ , si può fare in modo che anche tutti i *prodotti* dei numeri sulle righe, colonne e diagonali siano sempre lo stesso?

**Esercizio 4.** I terremoti generano due tipi di onde acustiche sulla superficie terrestre, dette "S" (trasversali) e "P" (longitudinali). In seguito ad un terremoto, un sismografo registra l'arrivo delle onde P 3 minuti prima che arrivino le onde S. Sapendo che la velocità tipica delle onde S è  $v_s = 4.5$  km/h e quella delle onde P è  $v_p = 8.2$  km/h, stimare la distanza dell'epicentro del terremoto dal sismografo.