

## Esame di ammissione alla Scuola Superiore Prova Scritta di Informatica

*Risolvere i seguenti problemi il più possibile. La descrizione dei metodi va fatta spiegando prima a parole le idee di base, e poi fornendo una descrizione più formale degli stessi. Tale descrizione può essere fatta nel formalismo che si ritiene più opportuno. È possibile utilizzare un linguaggio di programmazione standard. Nel presentare i programmi si possono omettere dettagli non centrali, quali l'acquisizione dei dati, la stampa dei risultati, controlli di consistenza dei dati in input, ecc. Si raccomanda di commentare il codice proposto.*

- Si consideri una matrice  $n \times m$  di celle "colorate" con  $k$  colori, ossia ogni cella contiene un numero intero da 1 a  $k$ . Diciamo che due celle sono contigue se hanno un lato in comune. Si vuole determinare, in modo efficiente, la più ampia area di celle contigue dello stesso colore.
  - Si definisca un algoritmo che, data una matrice come descritta, restituisca la coordinata  $(x, y)$  di una cella all'interno dell'area contigua massimale.
  - Si determini la complessità temporale di tale algoritmo, ossia l'ordine dei passi da eseguire, in funzione dei parametri  $n, m, k$ .
  - Si determini la complessità spaziale di tale algoritmo, ossia la quantità di memoria da allocare durante l'esecuzione, in funzione dei parametri  $n, m, k$ . Si consideri sia la possibilità che la matrice in input sia immutabile, sia che possa essere modificata durante l'esecuzione.
- Alice e Bob stanno comunicando su una linea dati che ha una probabilità di errore  $p$  per ogni bit; si supponga che ogni bit abbia probabilità di errore indipendente. Per cercare di gestire questi errori, Alice e Bob decidono di inviare i dati in pacchetti di lunghezza fissa di  $n > 2$  bit, seguiti da un codice di controllo che permette di rilevare fino a 2 bit errati; in tal caso, il pacchetto viene scartato (e reinviato). Qual è la probabilità  $Q$  che venga accettato un pacchetto contenente errori non rilevati?
- Si consideri il linguaggio  $\mathcal{L}$  sull'alfabeto  $\{a, b, c\}$  generato dalle seguenti regole grammaticali, dove  $S, A, B$  sono simboli non terminali:

$$S \rightarrow aSAb \quad S \rightarrow \epsilon \quad A \rightarrow bSBc \quad B \rightarrow a$$

- Che tipo di grammatica è questa, secondo la gerarchia di Chomsky?
  - Quali proprietà soddisfano i numeri di occorrenze di ogni lettera dell'alfabeto, in ogni stringa del linguaggio  $\mathcal{L}$ ?
- Dopo una notte di bagordi, Gervasio si sveglia nella piazza  $A$  di una città che non conosce, e le cui strade possono essere rappresentate con il grafo a lato. Ancora in preda ai fumi dell'alcool, inizia a vagare a caso: ogni volta che arriva in una piazza o incrocio, sceglie casualmente da che parte andare (possibilmente anche tornando sui suoi passi). In media, supponendo che il tempo di attraversamento di ogni strada sia costante e pari a 1, quanto tempo impiegherà Gervasio per arrivare alla stazione dei treni  $D$ ?
 

