

Tema di matematica per il concorso di ammissione del 2008-09.

1. E' dato un polinomio di 3° grado  $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ , con  $a, d > 0$ . Dire quali tra le seguenti affermazioni sono sempre vere, sempre false, o possono essere vere o false a seconda dei casi, e giustificare brevemente le conclusioni:

- a) L'equazione  $P(x) = 0$  ha tre radici positive.
- b) L'equazione  $P(x) = 0$  ha almeno una radice negativa.
- c) L'equazione  $P(x) = 0$  possiede una radice  $x > 100$ .
- d) Per  $x > 0$  la funzione  $P(x)$  ha la concavità rivolta verso il basso.

2. E' dato un prisma retto a base quadrata avente coordinate dei vertici  $(0,0,0)$ ,  $(0,3,0)$ ,  $(3,3,0)$ ,  $(3,0,0)$ ,  $(0,0,10)$ ,  $(0,3,10)$ ,  $(3,3,10)$ ,  $(3,0,10)$ . Nel prisma viene praticato un foro a sezione rettangolare avente vertici  $(1,0,1)$ ,  $(2,0,1)$ ,  $(2,0,3)$ ,  $(1,0,3)$ ,  $(1,3,1+h)$ ,  $(2,3,1+h)$ ,  $(2,3,3+h)$ ,  $(1,3,3+h)$ , con  $0 \leq h \leq 6$ .

Al variare di  $h$  si calcoli il volume del solido così ottenuto e la sua superficie totale.

Si vuole ora fare scorrere una sferetta attraverso il foro. Al variare di  $h$  si dica quali sono i raggi ammissibili.

3. Si costruisce una tabella in cui vengono riportati i seguenti dati: I colonna, area della regione, II colonna, abitanti della regione, III colonna densità di popolazione. Nella prima riga vengono riportati i dati della regione A, nella seconda i dati della regione B, nella terza i dati complessivi delle due regioni.

Si ottiene così una tabella di 3 righe e di 3 colonne. Una volta conosciuti 4 dati (in posizione opportuna) è possibile ricavare gli altri 5 dati.

Nel nostro caso sono conosciuti i dati indicati

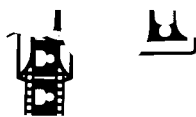
	area	abitanti	densità
Regione A			50
Regione B			100
A + B	10		D

- a) Si completi la tabella quando  $D = 80$
- b) Si stabiliscano su  $D$  condizioni sufficienti perché sia possibile completare la tabella
- c) Si dica in quali posizioni della tabella vanno assegnati i quattro dati iniziali in modo da poterla completare in un unico modo.

4. Si lanciano quattro volte delle monete non truccate, partendo da cinque ed eliminando ogni volta quelle che danno testa. Quale è la probabilità che dopo il quarto lancio siano sopravvissute 3 monete?

5. La città A è congiunta alla città B da due strade, come pure B alla città C. Inoltre A è congiunta a C da una linea ferroviaria. Dopo una nevicata ogni strada, come pure la ferrovia ha probabilità  $p$  di essere bloccata dalla neve. La situazione di ogni tratta non influenza quella delle altre. Quale è la probabilità di poter raggiungere C da A?

*[Handwritten signatures and names: Carlo Cecchi, Luca Segueli, and others]*



Il Tema ( da svolgere **in alternativa** al tema di matematica)

1. E' dato un polinomio di 2° grado  $P(x) = ax^2 + bx + c$ , con  $a, c < 0$ . Dire quali tra le seguenti affermazioni sono sempre vere, sempre false, o possono essere vere o false a seconda dei casi, e giustificare brevemente le conclusioni:

- L'equazione  $P(x) = 0$  ha due radici positive.
- L'equazione  $P(x) = 0$  non ha radici reali.
- L'equazione  $P(x) = 0$  possiede una radice  $x < -100$ .
- L'equazione  $P(x) = 0$  ha radici distinte.

2. Si costruisce una tabella in cui vengono riportati i seguenti dati : I colonna, area della regione, II colonna, abitanti della regione, III colonna densità di popolazione. Nella prima riga vengono riportati i dati della regione A, nella seconda i dati della regione B, nella terza i dati complessivi delle due regioni.

Si ottiene così una tabella di 3 righe e di 3 colonne. Una volta conosciuti 4 dati (in posizione opportuna) è possibile ricavare gli altri 5 dati.

Nel nostro caso sono conosciuti i dati indicati

	area	abitanti	densità
Regione A			50
Regione B	B		
A + B	10		80

- Si completi la tabella quando  $B = 6$
- Si stabiliscano su B condizioni sufficienti perché sia possibile completare la tabella, motivando adeguatamente la risposta.

3. In un esperimento vi è la necessità di illuminare da tutte le parti una sferetta. Le sorgenti luminose sono (praticamente) puntiformi. Quale è il minimo numero di sorgenti necessario per riuscire?

Nel caso di una superficie cilindrica (senza le basi) occorrono più o meno sorgenti luminose?

4 In una classe di 30 studenti si sceglie a caso l'ordine con cui sono interrogati in Matematica. Indicati con A, B, C, G, M cinque dei 30 studenti, si chiede:

- la probabilità che A e B siano interrogati prima di G e M;
- la probabilità che B sia interrogato prima di G sapendo che A viene interrogato prima di M
- la probabilità che A e B siano interrogati prima di G e M sapendo che C è interrogato prima di G e M;
- la probabilità che A e B siano interrogati prima di G e M sapendo che C è interrogato prima di G.

5. In n lanci consecutivi di un dado perfetto a 6 facce numerate da 1 a 6, determinare

- la probabilità di ottenere negli n lanci sempre il punteggio 1,
- la probabilità di ottenere in tutti i lanci 1 o 2,
- la probabilità di ottenere in tutti i lanci 1 o 2, con entrambi i punteggi presenti,
- la probabilità di ottenere negli n lanci tutti i 6 punteggi.

*Alfano*      *Caracciolo*      *Luca Spina*  
*Antonio*      *Salvatore*

